

OTPLATA ZAJMA U JEDNAKIM OTPLATNIM KVOTAMA

1. DIO

Za početak pogledajte uvodni dio i prvi primjer u videu.

Video: <https://youtu.be/5BaOal-J2IY>

Ovdje imate popis svih formula koje se koriste kod izrade otplatnih tablica:

OTPLATA ZAJMA JEDNAKIM ANUITETIMA	OTPLATA ZAJMA DOGOVORENIM ANUITETIMA	OTPLATA ZAJMA JEDNAKIM OTPLATNIM KVOTAMA
ANUITET: $a = C_0 \frac{r^n(r-1)}{r^n-1}$ OSTATAK DUGA NA KRAJU k-TOG RAZDOBLJA: $C_k = a \frac{r^{n-k}-1}{r^{n-k}(r-1)}$ KAMATE: $K_k = \frac{C_{k-1} \cdot p}{100}$ OTPLATNE KVOTE: $R_k = a - K_k$ OSTATAK DUGA: $C_k = C_{k-1} - R_k$	BROJ RAZDOBLJA: $n = \frac{\log a - \log[a - C_0(r-1)]}{\log r}$ KRNJI ANUITET: $a'_{n+1} = C_0 \cdot r^{n+1} - a \cdot r \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$ OSTATAK DUGA NA KRAJU k-TOG RAZDOBLJA: $C_k = a \frac{r^{n-k} - 1}{r^{n-k}(r-1)} + \frac{a'_{n+1}}{r^{n-k+1}}$	$R = \frac{C_0}{n}$ $C_k = C_0 \left(1 - \frac{k}{n}\right)$ $K_k = \frac{C_{k-1} \cdot p}{100}$ $a_k = R + K_k$ $C_k = C_{k-1} - R$

Nakon što ste pogledali video i promotrili primjer, riješite sljedeća dva zadatka (prema knjizi navedenoj u literaturi):

1./244.str.

2./244.str.

2. DIO

Nastavljamo dalje sa otplatom zajma u jednakim otplatnim kvotama. Kao što smo u prve dvije metode otplate zajma imali formulu za ostatak duga na kraju k -te godine, isto imamo i kod ove metode. Pomoću te formule možemo sastavljati otplatnu tablicu od bilo koje godine.

Neka je zajam odobren na n razdoblja. Do kraja k -te godine dužnik plati ukupno k puta anuitet, a onda i toliko puta plati otplatnu kvotu. Otplatna kvota je svake godine jednaka i iznosi R . Ostatak duga na kraju k -te godine dobit ćemo tako da od početnog iznosa zajma k puta oduzmemo otplatnu kvotu. Prisjetimo se i formule za otplatnu kvotu $R = \frac{C_0}{n}$.

$$C_k = C_0 - k \cdot R = C_0 - k \cdot \frac{C_0}{n} = C_0 \left(1 - \frac{k}{n}\right), k = 1, 2 \dots n$$

Ostatak duga na kraju k -tog razdoblja: $C_k = C_0 \left(1 - \frac{k}{n}\right), k = 1, 2, \dots n$

6./244.str.

$$C_0 = 567\,980.00 \text{ kn}$$

$$n = 6 \text{ god.}$$

$$p = 8.8 \text{ (godišnja)}$$

Otplatna tablica za 4. god.??

Prvo računamo iznos otplatne kvote jer je otplata zajma u jednakim anuitetima:

$$R = \frac{C_0}{n} = \frac{567980}{6} = 94\,663.33 \text{ kn}$$

Trebamo sastaviti tablicu za četvrtu godinu otplate što znači da tražimo ostatak duga na kraju treće godine: $n = 6, k = 3$

$$C_3 = C_0 \left(1 - \frac{k}{n}\right) = 567980 \left(1 - \frac{3}{6}\right) = 283\,900.00 \text{ kn}$$

Sada možemo sastaviti otplatnu tablicu koja će imati ukupno dva reda (za treću i četvrtu godinu otplate), popunjavamo tablicu prema jučer obrađenim formulama.

k	a_k	K_k	R_k	C_k
3	---	---	---	283 900.00
4	119 654.45	24 991.12	94 663.33	189 326.67

Kao i do sada treba paziti da se interval kamatne stope poklapa s načinom ukamaćivanja i intervalom uplaćivanja anuiteta. Pazite i da u tekstu prepoznate o kojoj se metodi radi.

12./245.str.

$$C_0 = 420\,000.00 \text{ kn}$$

$$n = 3 \text{ god.}$$

(Sve račune provodimo s p' , a umjesto n ići će $n \cdot m$)

$$p = 9 \text{ (godišnja)} \rightarrow r = 1.09 \rightarrow r' = \sqrt[6]{1.09} = 1.014467 \rightarrow p' = 100(r' - 1) = 1.4467$$

otplata u jednakim anuitetima

$$\text{obračun dvomjesečan} \rightarrow m = 6 \quad (\text{jedna godina ima 6 dvomjesječja})$$

Otplatna tablica za drugu godinu???

Prvu godinu čini 6 dvomjesječna, drugu još 6, treću još 6. Dakle, druga godina su sljedeća razdoblja: 7., 8., 9., 10., 11. i 12. Treba nam ostatak duga na kraju šestog razdoblja. Skicirajte si vremensku liniju kako bi lakše prebrojali razdoblja.

$$R = \frac{C_0}{n \cdot m} = \frac{420000}{18} = 23\,333.33 \text{ kn}$$

$$k = 6, n \cdot m = 3 \cdot 6 = 18 \rightarrow C_6 = C_0 \left(1 - \frac{k}{n \cdot m}\right) = 420000 \left(1 - \frac{6}{18}\right) = 280\,000.00 \text{ kn}$$

k	a_k	K_k	R_k	C_k
6	---	---	---	280 000.00
7	27 384.09	4050.76	23 333.33	256 666.67
8	27 046.53	3713.20	23 333.33	233 333.34
9	26 708.96	3375.63	23 333.33	210 000.01
10	26 371.40	3038.07	23 333.33	186 666.68
11	26 033.84	2700.51	23 333.33	163 333.35
12	25 696.27	2362.94	23 333.33	140 000.02

(Za račun kamata koristimo p' !!!!)

ZAD. Zajam od 400 000.00 kn odobren je uz uvjete: odobren je na 30 godina, otplaćuje se promjenjivim anuitetima krajem godine, u jednakim otplatnim kvotama te uz godišnju kamatnu stopu 5.6. Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.

a) Koliki posto duga dužnik još mora otplatiti na kraju x -te godine.

b) Sastavite otplatnu tablicu za $(x+1)$. godinu otplate.

Napomena: x =redni broj u imeniku. Dakle, ako ste drugi u imeniku potrebno je odrediti koliko posto duga dužnik još mora otplatiti na kraju druge godine te otplatnu tablicu za treću godinu.

Rješenje dajemo za npr. $x = 6$.

$$C_0 = 400\,000.00 \text{ kn}$$

$$n = 30$$

$$p = 5.6 \text{ (godišnja)}$$

a) Prvo trebamo naći ostatak duga na kraju šeste godine. ($n = 30, k = 6$)

$$C_6 = C_0 \left(1 - \frac{p}{100}\right)^6 = 400\,000 \cdot \frac{24}{30} = 320\,000.00 \text{ kn}$$

Kako bismo odrediti koliko posto duga još mora otplatiti, moramo vidjeti koliki je postotni udio C_6 u cjelokupnom dugu C_0 .

$$\frac{C_6}{C_0} \cdot 100 = \frac{320\,000}{400\,000} \cdot 100 = 80\%$$

(Pazite što se traži u zadatku, ostatak duga koji je već otplatio ili ostatak duga koji još mora otplatiti!)

b) Sada kada imamo ostatak duga na kraju 6. Godine, jednostavno sastavimo tablicu za sedmu godinu otplate.

k	a_k	K_k	R_k	C_k
6	32000.00	18666.67	13333.33	320000.00
7	31253.33	17920.00	13333.33	306666.67

Literatura:

- J. Đurović, I. Đurović, S. Rukavina, B. Janković, B. Pasanović: Matematika 3, udžbenik sa zbirkom zadataka za 3. Razred ekonomskih škola, Neodidacta d.o.o., Zagreb, 2015.

Izradio: Andrija Čutura, profesor matematike u Drugoj ekonomskoj školi u Zagrebu